

پرونده شخصی حل مسئله (تقارن)

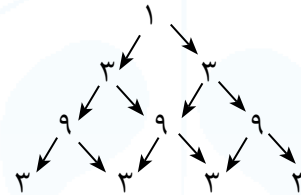
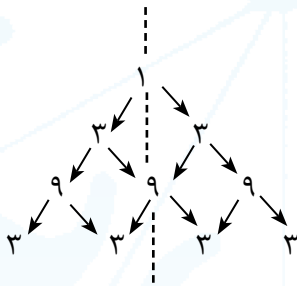
کلیدواژه‌ها: حل مسئله، راهبردهای حل مسئله، تقارن

اشاره

در شماره‌های گذشته، با ارائه مسئله‌هایی نحوه تشکیل پرونده شخصی حل مسئله را توضیح دادیم. در این شماره این موضوع را با تأکید بر یکی از موضوعات هندسی به نام تقارن بررسی می‌کنیم.

بهره‌گیری از تقارن در حل مسئله

در کلاس پنجم ابتدایی با تقارن آشنا شدیم. می‌خواهیم ببینیم اگر در مسئله‌ای تقارن وجود داشته باشد، چگونه می‌توانیم از این ویژگی در حل آن مسئله استفاده کنیم. بگذارید با ارائه یک مسئله، موضوع را مورد بررسی قرار دهیم. مسئله ۱. با دنبال کردن پیکان‌ها در شکل زیر به چند طریق می‌توانیم عدد ۱۳۹۳ را به دست آوریم؟



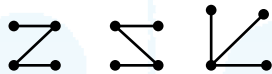
تقارن شکل به ما این اطمینان را می‌دهد که تعداد ۱۳۹۳‌ها در دو نیمه شکل با هم برابر است. حالا به شمارش یک نیمه می‌پردازیم. (شکل صفحه مقابل) در نیمه سمت راست، ۴ تا ۱۳۹۳ وجود دارد. پس $4 \times 2 = 8$ ، یعنی ۸ تا ۱۳۹۳ در کل به دست می‌آید.

بهره‌گیری از تقارن مقدار کار لازم و زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب را کاهش می‌دهد و در مسئله حل شده خطای شمارش را کمتر می‌کند. اگر موافق باشید، حل ۲ مسئله دیگر را بررسی کنیم. مسئله ۳ را قبلاً در شماره ۶۳ (بهار ۹۱) در سؤالات مسابقه ریاضی استرالیا دیده بودیم.

حل: به نظر می‌رسد برای حل این مسئله می‌بایست تک‌تک پیکان‌ها را دنبال کنیم و تعداد عددهای ۱۳۹۳ را بشماریم. آیا می‌توانیم شمارش را کمتر کنیم؟ همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، جهت حرکت پیکان‌ها و نمایش آن‌ها دارای تقارن است.

دارد؛ بنابراین $6 \times 2 = 12$ ، ۶ مسیر مختلف از نقطه A به B وجود دارد.

مسئله ۳. کتایون می‌خواهد با استفاده از یک زبان جدید، یک داستان طنز بنویسد. شکل حروف الفبای زبان جدیدش، تنها از سه پاره‌خط که ۴ نقطه را به هم وصل می‌کنند، تشکیل شده است. این چهار نقطه گوشه‌های یک مربع‌اند و هر پاره‌خط ۲ نقطه را به هم متصل می‌کند. در هر یک از حروف، شکل پاره‌خطها طوری است که بدون برداشتن مداد از روی کاغذ، می‌توان آن‌ها را رسم کرد. سه نمونه از این حروف در شکل زیر نمایش داده شده است.

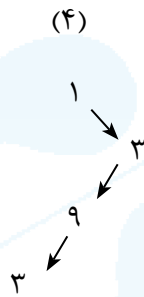
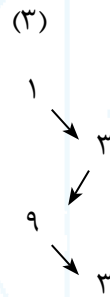
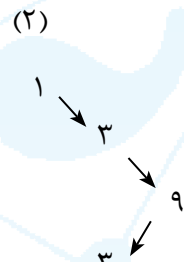
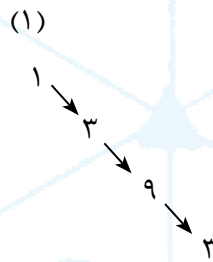
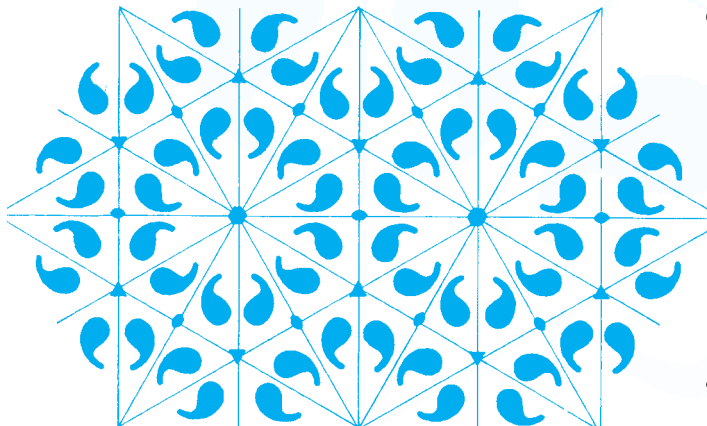


کتایون در الفبای جدید خود، چند حرف می‌تواند داشته باشد؟

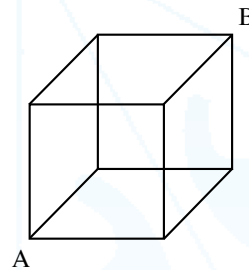
حل: به ۴ نقطه‌ای که در گوشه مربع هستند دقت می‌کنیم. می‌دانیم مربع دارای ۴ خط تقارن است. پس می‌توانیم به جای شمارش تک‌تک حروف، از تقارن برای حل این مسئله کمک بگیریم. با توجه به شرایط مسئله تنها چهار حرف ممکن می‌توان ساخت:



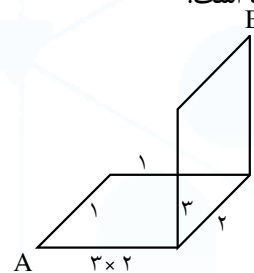
هر کدام از حرف‌ها دارای تقارن نیز هست که تقارن‌های آن نیز خود، حرف محسوب می‌شوند؛ بنابراین $4 \times 4 = 16$ حرف داریم.



مسئله ۲. تعداد کوتاه‌ترین مسیرهایی که برای رسیدن از رأس A به رأس B با گذر از روی لبه‌های مکعب وجود دارد، چند تا است؟



حل: در این مسئله نیز می‌خواهیم از تقارن استفاده کنیم، بنابراین شکل را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. چون مکعب از ۶ وجه تشکیل شده، پس هر نیمه سه وجه دارد که در شکل زیر نشان داده شده است.



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنیم، سه مسیر وجود